Вопросы к экзамену по дискретной математике

1. Правило сложения и правило умножения в комбинаторике. Декартово произведение множеств. Множество всех подмножеств данного множества. Алгебра множеств. Характеристические функции. Многомерный бинарный куб.

2. Множество всех отображений из одного множества в другое. Множество инъективных отображений. Число размещений. Возрастающие и убывающие субфакториалы. Множество всех перестановок.

3. Выборки и сочетания. Число подмножеств данной мощности. Биномиальные коэффициенты и треугольник Паскаля. Полиномиальные коэффициенты и полиномиальная теорема.

4. Мультимножества и число мультимножеств данной мощности. Число монотонных слов в данном алфавите. Сочетания с повторениями. Упорядоченные разбиения на натуральные слагаемые.

5. Число сюръективных отображений из одного множества в другое. Числа Стирлинга второго рода и рекуррентные формулы для них. Треугольник Стирлинга. Число разбиений множества на подмножества. Числа Белла и рекуррентные формулы для них.

6. Полиномиальные последовательности как базисы пространства полиномов. Формулы связи между последовательностями и их обращение. Биномиальное обращение и обращение Стирлинга. Формула для чисел Стирлинга второго рода.

7. Производящие функции. Тождества с биномиальными коэффициентами. Задача Эйлера о размене монет. Вывод формулы для числа сочетаний с повторениями.

8. Производящие функции. Вычисление с их помощью числа Каталана. Задача Эйлера о числе триангуляций.

9. Решение линейных рекуррентных соотношений. Формула Бине для чисел Фибоначчи.

10. Алгебра функций на локально-конечном частично-упорядоченном множестве и обобщенное преобразованием Мебиуса. Вывод из него теоретико-числового преобразования Мебиуса и формулы включения-исключения.

11. Алфавитное кодирование. Разделимые коды. Префиксные коды. Неравенство Крафта-Макмиллана. Существование префиксного кода с заданными динами слов.

12. Графовый алгоритм распознавания разделимости кода.

13. Префиксные коды и деревья. Алгоритм Хаффмена для построения оптимального префиксного кода.

14. Самокорректирующиеся двоичные коды. Минимальное расстояние кода. Неравенства Хемминга для мощности максимального кода с заданным расстоянием.

15. Коды Хемминга и их порождающие и проверочные матрицы. Коды Хемминга как совершенные (плотно упакованные) коды. Задача поиска фальшивой монеты.

16.Элементы графа, способы задания графов. Цепи и циклы в графах. Эйлеровы и гамильтоновы циклы. Метрическое пространство, связанное с графом. Группа автоморфизмов графа. Граф многомерного бинарного куба. Орграфы и мультиграфы.

17. Реализация графов в трехмерном пространстве. Плоские графы. Формула Эйлера. Непланарность пятиугольной звезды и графа задачи о трех домах и трех колодцах. Теорема Понтрягина-Куратовского (без доказательства).

18. Деревья и их характеристические свойства. Диаметры и центры деревьев.

19. Оценка числа попарно неизоморфных деревьев с данным числом вершин.

20. Теорема Кэли о числе различных деревьев с занумерованными вершинами.

21. Двудольные графы. Паросочетания и системы различных представителей. Теорема Холла и ее применения.

22. Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке и минимальном разрезе.

23. Алгоритм нахождения максимального потока.

24.Задача о минимальном вершинном покрытии для двудольных графов. Теорема Кенига-Эгервари как следствие теоремы о максимальном потоке и минимальном разрезе. Теорема Холла как следствие теоремы Кенига-Эгервари.

25. Алгоритм поиска минимального остовного дерева.